



אוניברסיטת בן גוריון בנגב

המחלקה להנדסת תעשייה וניהול

נושאים מתקדמים בהנדסת איכות

364-2-1101

פרופ. חיים שור, סמסטר א' תשע"ב

דף נוסחאות לבחינה

פונקצית האובדן:

$$E[L(Y)] = K \cdot \left[(\mu_Y - T)^2 + \sigma_Y^2 \right]; L(Y) = \alpha C = K \cdot \Delta^2$$

מערכים אורתוגונאליים:

L8

1	2	3	4	5	6	7
+	+	+	+	+	+	+
+	+	+	-	-	-	-
+	-	-	+	+	-	-
+	-	-	-	-	+	+
-	+	-	+	-	+	-
-	+	-	-	+	-	+
-	-	+	+	-	-	+
-	-	+	-	+	+	-

L4

1	2	3
+	+	+
+	-	-
-	+	-
-	-	+

טבלת אינטראקציות עבור L8:

Col. No.	2	3	4	5	6	7
1	3	2	5	4	7	6
2		1	6	7	4	5
3			7	6	5	4
4				1	2	3
5					3	2
6						1

בדיקת מובהקות של גורמי הבקרה (דוגמה למערך פנימי מבוסס 8 ומערך חיצוני מבוסס 4):

			Noise Factors			
Control Factors			Z1=-1	Z1= +1	Z1= -1	Z1= +1
X1	X2	X3	Z2=-1	Z2= -1	Z2= +1	Z2= +1
-	-	-	y11	y12	y13	y14
+	-	-	y21	y22	y23	y24
-	+	-	y31	y32	y33	y34
+	+	-	y41	y42	y43	y44
-	-	+	y51	y52	y53	y54
+	-	+	y61	y62	y63	y64
-	+	+	y71	y72	y73	y74
+	+	+	y81	y82	y83	y84

$$SS_T = \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^4 y_{ij}^2 \quad SS_{X_i} = \frac{(\sum y_{ij}^+ - \sum y_{ij}^-)^2}{N} \quad SS_M = \frac{\left(\sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^4 y_{ij} \right)^2}{N} \quad SS_{error} = SS_T - SS_M - \sum_i SS_{X_i}$$

$$MS_i = \frac{SS_i}{df_i} \quad F_{stat}(X_i) = \frac{MS_{X_i}}{MS_{error}} \stackrel{?}{\geq} F_{crit}(X_i) = F_{\alpha, df(X_i), df(Error)}$$

נוסחת הבדיקה למערכים אורתוגונאליים עם יותר משתי רמות:

$$SS_{X_i} = \frac{\sum_{i=1}^k L_i^2}{n} - \frac{\sum_{j=1}^N y_j^2}{N}$$

כאשר n - מספר התצפיות בכל רמה, N - מספר התצפיות הכולל, L_i - סכום ערכי התצפיות ברמה הנבדקת.

יחס אות רעש:

$$SN_{NIB} = 10 \log_{10} \left(\left(\frac{\mu}{\sigma} \right)^2 \right) \quad SN_{HIB} = -10 \log_{10} \left(\frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \frac{1}{y_i^2} \right) = -10 \log_{10} \left(E \left(\frac{1}{Y^2} \right) \right)$$

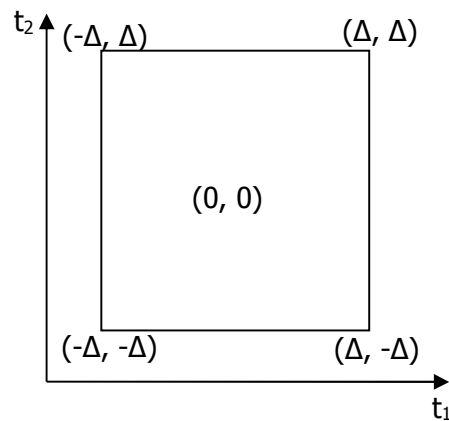
$$SN_{LIB} = -10 \log_{10} \left(\frac{1}{r} \sum_{i=1}^r y_i^2 \right) = -10 \log_{10} \left(E(Y^2) \right)$$

:EVOP

קידוד הערכים המקוריים $\{L, M, U\}$ ל $\{-1, 0, +1\}$, בהתאמה, כאשר הערך האמצעי, M , הוא ממוצע פשוט של L ושל U :

$$t_{1,2}^{\text{norm}} = \frac{x_{1,2} - \frac{U+L}{2}}{\frac{U-L}{2}}$$

⇓



רגרסיה:

מבחן F למובהקות הרגרסיה כדי לבחון את ההשערות: $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$

כנגד $H_1: \text{at least one of the } \beta's \neq 0$

נשתמש בסטטיסטי: $F^* = \frac{MSR}{MSE}$ ונדחה את H_0 אם: $F^* \geq F_{k, n-k-1}^{1-\alpha}$

טבלת ניתוח F (ניתוח שונות):

מקור	סכום ריבועים SS	דרגות חופש d.f.	ממוצע סכום ריבועים MS=SS/d.f.	$F \sim F_{k, n-k-1}$
מודל הרגרסיה	SSR	k	MSR=SSR/k	MSR/MSE
שאריות	SSE	n-k-1	MSE=SSE/(n-k-1)	
סה"כ	SST	n-1		

מבחן F חלקי לבדיקת מובהקות המעבר מרגרסיה ליניארית לריבועית: $\hat{F} = \frac{\Delta SS_R / \Delta d.f.}{MS_E}$

כאשר התוספת ל- SS_R במונה היא של ה- SS של הרגרסיה במעבר מליניארי לריבועי ו- MS_E הוא של המודל המורחב.

EVOP (המשך)

מבחן סטטיסטי פשוט דו-צדדי לצורך לעבור למודל לא ליניארי (עם שני משתני תהליך):

$$H_0: \frac{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4}{4} = \mu_5$$

$$H_1: \frac{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4}{4} \neq \mu_5$$

כאשר μ_j היא תוחלת משתנה התגובה בנקודה j (נקודות 1-4 בקודקודי הריבוע ונקודה 5 במרכז הריבוע).

סטטיסטי המבחן (הערך המחושב מהמדגם לצורך ביצוע המבחן):

$$\Delta = \frac{\bar{y}_1 + \bar{y}_2 + \bar{y}_3 + \bar{y}_4}{4} - \bar{y}_5$$

כאשר $\bar{y}_j$ הוא הממוצע המדגמי של n התצפיות של y (משתנה התגובה) בנקודה j .

חישוב השונות של Δ :

* אומדן סטיית התקן של הממוצע של כל נקודה (נקודות 1-4 בקודקודי הריבוע ונקודה 5 במרכז הריבוע):

$$\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \quad (\text{אומדן סטיית התקן של ממוצע } n \text{ התצפיות})$$

* אומדן השונות של ממוצע הממוצעים של 4 הנקודות בקודקודי הריבוע (נקודות 1-4):

$$\left(\frac{1}{16}\right)\left(4\frac{\hat{\sigma}^2}{n}\right)$$

* אומדן השונות של Δ (חיבור שתי השונות שלעיל):

$$\hat{\sigma}_\Delta^2 = \left(\frac{1}{16}\right)\left(4\frac{\hat{\sigma}^2}{n}\right) + \frac{\hat{\sigma}^2}{n} = \left(1 + \frac{1}{4}\right)\frac{\hat{\sigma}^2}{n} = \frac{5}{4}\frac{\hat{\sigma}^2}{n}$$

לכן, לא נדחה את השערת האפס של מודל ליניארי (נקבל את השערת האפס) ברמת מובהקות של α אם:

$$z_{\alpha/2} < \frac{\Delta - 0}{\hat{\sigma}_\Delta} < z_{1-\alpha/2}$$

כאשר $z_{\alpha/2}$ הוא האחוזון ה- $100(\alpha/2)$ של ההתפלגות הנורמלית סטנדרטית.

RSM (המודל הכללי)

משוואת משטח התגובה הכללית:

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i X_i + \sum_{i=1}^k \beta_{i,i} X_i^2 + \sum_{(i < j)} \sum_{j=2}^k \beta_{i,j} X_i X_j + \sum_{i=1}^{r1} \gamma_i Z_i + \sum_{(j)} \sum_{i=1}^{r2} (\gamma_i + \gamma_{i,j} X_j) Z_i + \varepsilon$$

כאשר:

* ישנם k משתני תכנון, $\{X_i\}$:

* ישנם r1 משתני רעש (Z_i) שאין להם אפקט אינטראקציה עם משתני תכנון:

* ישנם r2 משתני רעש בעלי אפקט אינטראקציה עם משתני תכנון (כלשהם).

* הסכום באיבר האחרון במשוואה מסכם את ערכי j לכל משתני התכנון שיש להם אפקט אינטראקציה עם משתני רעש.

כמו כן מניחים כי משתני התכנון מבוטאים בערכים של $\{-1, 0, 1\}$ (בדגימה באמצעות מערכים אורתוגונליים) ומשתני הרעש הם מנורמלים (מתוקננים), כלומר: בעלי ממוצע של 0 וסטיית תקן של 1, דהיינו: מכל ערך נצפה של משתנה רעש הופחת הממוצע (כדי לקבל ממוצע של 0 ל-Z) ובוצעה חלוקה בסטיית התקן (כדי לקבל סטיית תקן של 1 למשתנה Z). השלב האחרון (של חלוקה בסטיית התקן) אינו הכרחי.

משוואת התוחלת זהה לחלק העליון של המשוואה של γ (הכולל רק משתני תכנון), ואילו המשוואה לשונות של γ (במונחים של משתני התכנון):

$$Var(Y) = \sum_{i=1}^{r1} \gamma_i^2 V(Z_i) + \sum_{(j)} \sum_{i=1}^{r2} (\gamma_i + \gamma_{i,j} X_j)^2 V(Z_i) + V(\varepsilon)$$

כאשר $V(U)$ זוהי השונות של המשתנה המקרי U.

מודל האופטימיזציה הוא (לדוגמה, כאשר נדרש שהתוחלת של γ תהיה קרובה ככל האפשר לערך מטרה, T):

נדרש למצוא מינימום לפונקצית המטרה (OF), שהיא ממוצע משוקלל של התוחלת והשונות:

$$OF : \alpha [E(Y) - T]^2 + (1 - \alpha) Var(Y)$$

כפוף לאילוץ (k הוא מספר משתני התכנון):

$$\sum_{i=1}^k X_i^2 \leq \gamma \rho^2$$

$$\rho = \sqrt{k}; \gamma \geq 1$$

כאשר γ שווה 1 האילוץ מחייב את הפתרון להשאר בתחום העיגול (עם שני משתני תכנון) או בתחום הכדור (עם 3 משתני תכנון) המקיפים את הריבוע (או הקוביה, בהתאמה), ששם נדגמו ערכי משתני התכנון.

בדיקות רגישות מתבצעות על ידי מציאת פתרונות נוספים עבור: $\gamma > 1$.

טבלת הערכים הקריטיים של התפלגות F עבור $\alpha = 0.05$ (זנב ימין)

F(0.05,df ₁ ,df ₂)		df ₁ - Numerator									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
df ₂ - Denominator	1	161.4476	199.5000	215.7073	224.5832	230.1619	233.9860	236.7684	238.8827	240.5433	241.8817
	2	18.5128	19.0000	19.1643	19.2468	19.2964	19.3295	19.3532	19.3710	19.3848	19.3959
	3	10.1280	9.5521	9.2766	9.1172	9.0135	8.9406	8.8867	8.8452	8.8123	8.7855
	4	7.7086	6.9443	6.5914	6.3882	6.2561	6.1631	6.0942	6.0410	5.9988	5.9644
	5	6.6079	5.7861	5.4095	5.1922	5.0503	4.9503	4.8759	4.8183	4.7725	4.7351
	6	5.9874	5.1433	4.7571	4.5337	4.3874	4.2839	4.2067	4.1468	4.0990	4.0600
	7	5.5914	4.7374	4.3468	4.1203	3.9715	3.8660	3.7870	3.7257	3.6767	3.6365
	8	5.3177	4.4590	4.0662	3.8379	3.6875	3.5806	3.5005	3.4381	3.3881	3.3472
	9	5.1174	4.2565	3.8625	3.6331	3.4817	3.3738	3.2927	3.2296	3.1789	3.1373
	10	4.9646	4.1028	3.7083	3.4780	3.3258	3.2172	3.1355	3.0717	3.0204	2.9782
	11	4.8443	3.9823	3.5874	3.3567	3.2039	3.0946	3.0123	2.9480	2.8962	2.8536
	12	4.7472	3.8853	3.4903	3.2592	3.1059	2.9961	2.9134	2.8486	2.7964	2.7534
	13	4.6672	3.8056	3.4105	3.1791	3.0254	2.9153	2.8321	2.7669	2.7144	2.6710
	14	4.6001	3.7389	3.3439	3.1122	2.9582	2.8477	2.7642	2.6987	2.6458	2.6022
	15	4.5431	3.6823	3.2874	3.0556	2.9013	2.7905	2.7066	2.6408	2.5876	2.5437
	16	4.4940	3.6337	3.2389	3.0069	2.8524	2.7413	2.6572	2.5911	2.5377	2.4935
	17	4.4513	3.5915	3.1968	2.9647	2.8100	2.6987	2.6143	2.5480	2.4943	2.4499
	18	4.4139	3.5546	3.1599	2.9277	2.7729	2.6613	2.5767	2.5102	2.4563	2.4117
	19	4.3807	3.5219	3.1274	2.8951	2.7401	2.6283	2.5435	2.4768	2.4227	2.3779
	20	4.3512	3.4928	3.0984	2.8661	2.7109	2.5990	2.5140	2.4471	2.3928	2.3479
	21	4.3248	3.4668	3.0725	2.8401	2.6848	2.5727	2.4876	2.4205	2.3660	2.3210
	22	4.3009	3.4434	3.0491	2.8167	2.6613	2.5491	2.4638	2.3965	2.3419	2.2967
	23	4.2793	3.4221	3.0280	2.7955	2.6400	2.5277	2.4422	2.3748	2.3201	2.2747
	24	4.2597	3.4028	3.0088	2.7763	2.6207	2.5082	2.4226	2.3551	2.3002	2.2547
	25	4.2417	3.3852	2.9912	2.7587	2.6030	2.4904	2.4047	2.3371	2.2821	2.2365
	26	4.2252	3.3690	2.9752	2.7426	2.5868	2.4741	2.3883	2.3205	2.2655	2.2197
	27	4.2100	3.3541	2.9604	2.7278	2.5719	2.4591	2.3732	2.3053	2.2501	2.2043
	28	4.1960	3.3404	2.9467	2.7141	2.5581	2.4453	2.3593	2.2913	2.2360	2.1900
	29	4.1830	3.3277	2.9340	2.7014	2.5454	2.4324	2.3463	2.2783	2.2229	2.1768
	30	4.1709	3.3158	2.9223	2.6896	2.5336	2.4205	2.3343	2.2662	2.2107	2.1646
	31	4.1596	3.3048	2.9113	2.6787	2.5225	2.4094	2.3232	2.2549	2.1994	2.1532
	32	4.1491	3.2945	2.9011	2.6684	2.5123	2.3991	2.3127	2.2444	2.1888	2.1425
	33	4.1393	3.2849	2.8916	2.6589	2.5026	2.3894	2.3030	2.2346	2.1789	2.1325
	34	4.1300	3.2759	2.8826	2.6499	2.4936	2.3803	2.2938	2.2253	2.1696	2.1231
	35	4.1213	3.2674	2.8742	2.6415	2.4851	2.3718	2.2852	2.2167	2.1608	2.1143
	36	4.1132	3.2594	2.8663	2.6335	2.4772	2.3638	2.2771	2.2085	2.1526	2.1061
	37	4.1055	3.2519	2.8588	2.6261	2.4696	2.3562	2.2695	2.2008	2.1449	2.0982
	38	4.0982	3.2448	2.8517	2.6190	2.4625	2.3490	2.2623	2.1936	2.1375	2.0909
	39	4.0913	3.2381	2.8451	2.6123	2.4558	2.3423	2.2555	2.1867	2.1306	2.0839
	40	4.0847	3.2317	2.8387	2.6060	2.4495	2.3359	2.2490	2.1802	2.1240	2.0772
	41	4.0785	3.2257	2.8327	2.6000	2.4434	2.3298	2.2429	2.1740	2.1178	2.0710
	42	4.0727	3.2199	2.8270	2.5943	2.4377	2.3240	2.2371	2.1681	2.1119	2.0650
	43	4.0670	3.2145	2.8216	2.5888	2.4322	2.3185	2.2315	2.1625	2.1062	2.0593
	44	4.0617	3.2093	2.8165	2.5837	2.4270	2.3133	2.2263	2.1572	2.1009	2.0539
	45	4.0566	3.2043	2.8115	2.5787	2.4221	2.3083	2.2212	2.1521	2.0958	2.0487
	46	4.0517	3.1996	2.8068	2.5740	2.4174	2.3035	2.2164	2.1473	2.0909	2.0438
	47	4.0471	3.1951	2.8024	2.5695	2.4128	2.2990	2.2118	2.1427	2.0862	2.0391
	48	4.0427	3.1907	2.7981	2.5652	2.4085	2.2946	2.2074	2.1382	2.0817	2.0346
	49	4.0384	3.1866	2.7939	2.5611	2.4044	2.2904	2.2032	2.1340	2.0775	2.0303
	50	4.0343	3.1826	2.7900	2.5572	2.4004	2.2864	2.1992	2.1299	2.0734	2.0261